http://www.xriadiat.com **DS4: E** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction : Devoir surveiller n°4 sur les leçons suivantes :

LIMITE D'UNE FONCTION et LA ROTATION DANS LE PLAN

Durée :2 heures

Exercice1 : $(1{,}5\text{pts})$: Soit la fonction : $f : x \mapsto \frac{x}{x+1}$

Montrer en utilisant la définition que : $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

Solution Montrons que : $\forall \varepsilon \succ 0\ \exists \alpha \succ 0\ (\forall x \in D_f)\ 0 < |x| < \alpha \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$?

On a : $|f(x)| = \left|\frac{x}{x+1}\right| = \frac{1}{|x+1|}|x|$: On va ajouter une condition pour pouvoir majorer : $\frac{1}{|x+1|}|x|$

Soit : $x \in \left]-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right[$ donc : $-\frac{1}{2} \prec x \prec \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}+1 \prec x+1 \prec \frac{1}{2}+1 \Rightarrow \frac{1}{2} \prec x+1 \prec \frac{3}{2}$

Donc : $|f(x)| = \left|\frac{x}{x+1}\right| \le 2|x|$ si $x \in \left]-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right[$

Soit $\varepsilon \succ 0$ on cherche $\alpha \succ 0$ tel que : $0 < |x| < \alpha \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$

Pour avoir $|f(x)| < \varepsilon$ il suffit d'avoir $2|x| \prec \varepsilon$ et $|x| \prec \frac{1}{2}$ c'est-à-dire : $|x| \prec \frac{\varepsilon}{2}$ et $|x| \prec \frac{1}{2}$

Il suffit de prendre α le plus petit des nombres : $\frac{\varepsilon}{2}$ et $\frac{1}{2}$ c'est-à-dire : $\alpha = \inf\left(\frac{\varepsilon}{2};\frac{1}{2}\right)$

Donc : $\forall \varepsilon \succ 0\ \exists \alpha \succ 0\ \left(\alpha = \inf\left(\frac{\varepsilon}{2};\frac{1}{2}\right)\right) 0 < |x| < \alpha \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$

Donc : $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

Exercice2 : $(2{,}5\text{pts})$: Calculer suivant les valeurs du paramètre réel m la limite suivante :

$\lim_{x\to-\infty} \sqrt{4x^2-x+1}+mx-1$

Solution : On a : $\lim_{x\to-\infty} 4x^2-x+1 = \lim_{x\to-\infty} 4x^2 = +\infty$ donc : $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1} = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} mx-1 = +\infty$ *ou* -1 *ou* $-\infty$ Suivant le réel m

→Si : $m=0$: $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}+mx-1 = \lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}-1 = +\infty$

→Si : $m \prec 0$: $\lim_{x\to-\infty} mx-1 = \lim_{x\to-\infty} mx = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1} = +\infty$

Donc : $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}+mx-1 = +\infty$

→Si : $m \succ 0$:

Donc : $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}+mx-1 = \lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2\left(4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}+mx-1 = \lim_{x\to-\infty}|x|\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+mx-1$

Or : $|x| = -x$ car $x \to -\infty$

$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}+mx-1 = \lim_{x\to-\infty} x\left(-\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+m\right)-1$ On a : $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}} = \sqrt{4} = 2$

- ✓ Si : $0 \prec m \prec 2$: $\lim_{x\to-\infty} -\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+m = m-2 \prec 0$

Donc : $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}+mx-1 = +\infty$

- ✓ Si : $m \succ 2$: $\lim_{x\to-\infty} -\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+m = -2+m \succ 0$

Donc : $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}+mx-1 = -\infty$

- ✓ Si : $m=2$: $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+1}+2x\right)-1 = \lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\sqrt{4x^2-x+1}-2x\right)\left(\sqrt{4x^2-x+1}+2x\right)}{\sqrt{4x^2-x+1}-2x}-1$

$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+1}+2x\right)-1 = \lim_{x\to+\infty}\frac{4x^2-x+1-4x^2}{\sqrt{4x^2-x+1}-2x}-1 = \lim_{x\to+\infty}\frac{-x+1}{-x\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-2x}-1$

$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+1}+2x\right)-1 = \lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(-1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(-\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-2\right)}-1 = \lim_{x\to+\infty}\frac{-1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{4-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-2}-1 = \frac{1}{4}-1 = \boxed{-\frac{3}{4}}$

Conclusion :

→Si : $m \prec 2$: $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}+mx-1 = +\infty$

→Si : $m = 2$: $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}+mx-1 = -\frac{3}{4}$

→Si : $m \succ 2$: $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-x+1}+mx-1 = -\infty$

Exercice3 : $(3{,}5\text{pts})$: $(2\text{pts}+1{,}5)$ Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)\times E\left(\frac{1}{x-1}\right);\ si\ \ x \ne 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$$

1) Etudier la limite de f en 1

2) Etudier la limite de f en $+\infty$ et $-\infty$

Solution : 1) a) Calculons : $\lim_{x\to 1^+}(x-1)\times E\left(\frac{1}{x-1}\right)$????

Soit $x \succ 1$; On sait que : $x-1 \prec E(x) \le x \Rightarrow \frac{1}{x-1}-1 \prec E\left(\frac{1}{x-1}\right) \le \frac{1}{x-1}$

On a : $x-1 \succ 0 \Rightarrow (x-1)\left(\frac{1}{x-1}-1\right) \prec (x-1)E\left(\frac{1}{x-1}\right) \le (x-1)\frac{1}{x-1}$

Donc : $1-(x-1) \prec (x-1)E\left(\frac{1}{x-1}\right) \le 1$

Puisque : $\lim_{x\to 1^+} 1-(x-1) = 1$ et $\lim_{x\to 1^+} 1 = 1$ alors : $\lim_{x\to 1^+}(x-1)E\left(\frac{1}{x-1}\right) = 1$

b) Calculons : $\lim_{x\to 1^-}(x-1)\times E\left(\frac{1}{x-1}\right)$????

Soit $x \prec 1$; On sait que : $x-1 \prec E(x) \le x \Rightarrow \frac{1}{x-1}-1 \prec E\left(\frac{1}{x-1}\right) \le \frac{1}{x-1}$

On a : $x-1 \prec 0 \Rightarrow (x-1)\frac{1}{x-1} \le (x-1)E\left(\frac{1}{x-1}\right) \le (x-1)\left(\frac{1}{x-1}-1\right)$

Donc : $1 \le (x-1)E\left(\frac{1}{x-1}\right) \le 1-(x-1)$

Puisque : $\lim_{x\to 1^-} 1-(x-1) = 1$ et $\lim_{x\to 1^-} 1 = 1$ alors : $\lim_{x\to 1^-}(x-1)E\left(\frac{1}{x-1}\right) = 1$

Par suite : $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = 1$

Conclusion : f admet une limite en 1 et : $\lim_{x\to 1} f(x) = 1$

2) On doit faire une simplification de : $f(x)$

Soit $x \succ 2 \Rightarrow 1 \prec x-1 \Rightarrow 0 \prec \frac{1}{x-1} \prec 1 \Rightarrow E\left(\frac{1}{x-1}\right) = 0 \Rightarrow f(x) = (x-1)E\left(\frac{1}{x-1}\right) = (x-1)\times 0 = 0$

Donc : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 0 = 0$

Soit $x \prec 0 \Rightarrow x-1 \prec -1 \Rightarrow -1 \prec \frac{1}{x-1} \prec 0 \Rightarrow E\left(\frac{1}{x-1}\right) = -1 \Rightarrow f(x) = (x-1)E\left(\frac{1}{x-1}\right) = -(x-1)$

Donc : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} -x+1 = -\infty$

Exercice4 : $(5{,}5\text{pts})$: $(1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1\text{pt}+0{,}5\text{pt})$: Considérons la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+\sin x}-\cos x}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)} \quad ;\ si\ \ x \succ 0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \text{et } f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{\sin x - \tan x}{x\sqrt{1-\cos x}} \quad ;\ si\ \ x \prec 0 \end{cases}$$

1) Déterminer : D_f 2) Etudier : $\lim_{x\to 0} f(x)$ 3) Etudier : $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x)$

4) a) Montrer que : $\forall x \in \left]1+\frac{\pi}{2};+\infty\right[$; $|f(x)| \le \frac{3}{\sqrt{x}}$

b) En déduire : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

Solution : 1)

$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} / x \succ 0\ et\ 1+\sin x \ge 0\ et\ \sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right) \ne 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbb{R} / x \prec 0\ et\ 1-\cos x \succ 0\ \ et\ x \ne \frac{\pi}{2}+k\pi\right\} \cup \{0\}$

On a : $1+\sin x \ge 0$ et $1-\cos x \ge 0$ car $\forall x \in \mathbb{R}\ -1 \le \sin x \le 1$ et $-1 \le \cos x \le 1$

$1-\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2k\pi\ \ k \in \mathbb{Z}$

$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} / x \succ 0\ et\ x \ne \frac{\pi}{2}\right\} \cup \left\{x \in \mathbb{R} / x \prec 0\ et\ x \ne 2k\pi\ \ et\ x \ne \frac{\pi}{2}+k\pi\right\} \cup \{0\}$

Donc : $D_f = \mathbb{R} - \left\{2k\pi; \frac{\pi}{2}+k\pi / k \in \mathbb{Z}^-\right\} \cup \{0\}$

2) Etude de : $\lim_{x\to 0} f(x)$

$\forall x \in]0;+\infty[$; $f(x) = \frac{\sqrt{1+\sin x}-\cos x}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{\left(\sqrt{1+\sin x}-\cos x\right)\left(\sqrt{1+\sin x}+\cos x\right)}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\left(\sqrt{1+\sin x}+\cos x\right)}$

$f(x) = \frac{1+\sin x-\cos^2 x}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\left(\sqrt{1+\sin x}+\cos x\right)} = \frac{\sin^2 x+\sin x}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\left(\sqrt{1+\sin x}+\cos x\right)} = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}\frac{1+\sin x}{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\left(\sqrt{1+\sin x}+\cos x\right)}$

$f(x) = = \frac{\sin x}{x}\sqrt{x}\frac{1+\sin x}{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\left(\sqrt{1+\sin x}+\cos x\right)}$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}\sqrt{x}\frac{1+\sin x}{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\left(\sqrt{1+\sin x}+\cos x\right)} = 1\times 0\times 0 = 0$

$\forall x \in]-\infty;0[$; $f(x) = \frac{\sin x-\tan x}{x\sqrt{1-\cos x}} = \frac{\sin x-\frac{\sin x}{\cos x}}{x\sqrt{1-\cos x}} = \frac{\frac{\sin x\cos x-\sin x}{\cos x}}{x\sqrt{1-\cos x}} = \frac{\sin x(\cos x-1)}{x\cos x\sqrt{1-\cos x}}$

$= -\frac{\sin x}{x}\frac{\sqrt{1-\cos x}^2}{\cos x\sqrt{1-\cos x}} = -\frac{\sin x}{x}\frac{\sqrt{1-\cos x}}{\cos x}$

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{\sin x}{x}\frac{\sqrt{1-\cos x}}{\cos x} = -1\times 0 = 0$

Donc : $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$

Par suite : $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

3) Etude : $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x)$

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{\sqrt{1+\sin x}-\cos x}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)} = +\infty$ car $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\sqrt{1+\sin x}-\cos x = \sqrt{2}$ et $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = 0^+$

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\frac{\sqrt{1+\sin x}-\cos x}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)} = -\infty$ car $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\sqrt{1+\sin x}-\cos x = \sqrt{2}$ et $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = 0^-$

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x)$ N'existe pas.

4) a) Montrons que : $\forall x \in \left]1+\frac{\pi}{2};+\infty\right[$; $|f(x)| \le \frac{3}{\sqrt{x}}$

$\forall x \in \left]1+\frac{\pi}{2};+\infty\right[$; $|f(x)| = \left|\frac{\sqrt{1+\sin x}-\cos x}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}\right|$

On a : $\left|\sqrt{1+\sin x}-\cos x\right| \le \left|\sqrt{1+\sin x}\right|+|\cos x|$

C'est-à-dire : $\left|\sqrt{1+\sin x}-\cos x\right| \le \sqrt{1+\sin x}+|\cos x|$ et puisque : $\forall x \in \mathbb{R}\ -1 \le \sin x \le 1$ et $-1 \le \cos x \le 1$

Alors : $0 \le 1+\sin x \le 2$ et donc : $0 \le \sqrt{1+\sin x} \le \sqrt{2}$ et aussi on a : $|\cos x| \le 1$

Alors on aura : $\left|\sqrt{1+\sin x}-\cos x\right| \le \sqrt{2}+1 \prec 3$

On a aussi : $x \succ 1+\frac{\pi}{2}$ donc : $x-\frac{\pi}{2} \succ 1$ et donc : $0 \prec \frac{1}{x-\frac{\pi}{2}} \prec 1$

Par suite : $\left|\sqrt{1+\sin x}-\cos x\right| \le 3$ et $0 \prec \frac{1}{x-\frac{\pi}{2}} \prec 1$

Donc : $\forall x \in \left]1+\frac{\pi}{2};+\infty\right[$; $|f(x)| = \left|\frac{\sqrt{1+\sin x}-\cos x}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}\right| \le \frac{3}{\sqrt{x}}$

b) On a : $\lim_{x\to+\infty}\frac{3}{\sqrt{x}} = 0$ donc : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

Exercice5 : (7pts) : $(1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt})$:

On considère un carré ABCD de centre O tel que $\left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soient I, J, K et L les milieux respectivement des segments $[AB]$; $[BC]$; $[CD]$ et $[DA]$.

P, Q, R et S sont les points d'intersection respectives des droites (BL) et (IC) ; (JD) et (IC) ; (JD) et (AK) ; (AK) et (BL).

On considère la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1)a) Justifier que : $r(A) = B$; $r(B) = C$; $r(C) = D$ et $r(D) = A$

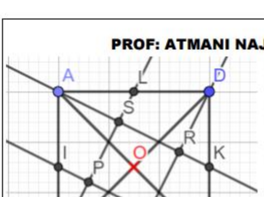
b) En déduire que : $r(I) = J$; $r(J) = K$; $r(K) = L$ et $r(L) = I$

2) Montrer que : $r(P) = Q$; $r(Q) = R$; $r(R) = S$ et $r(S) = P$

3) a) Montrer que les points : O ; P et R sont alignés et en déduire que les points :O ; Q et S sont aussi alignés

b) Montrer que : $PR = QS$ et que les droites (PR) et (QS) sont perpendiculaires puis en déduire que le quadrilatère PQRS est un carré et a le même centre que le carré ABCD

Solution :1)



1)a) Justifions que : $r(A) = B$; $r(B) = C$; $r(C) = D$ et $r(D) = A$

Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ du carré ABCD sont perpendiculaires et se coupe en leur milieu O

Donc : →On a : $\begin{cases} OA = OB \\ \left(\overline{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ d'ou : $r(A) = B$

→On a : $\begin{cases} OB = OC \\ \left(\overline{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ d'ou : $r(B) = C$

→On a : $\begin{cases} OC = OD \\ \left(\overline{\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ d'ou : $r(C) = D$

→On a : $\begin{cases} OD = OA \\ \left(\overline{\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OA}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ d'ou : $r(D) = A$

b) En déduisons que : $r(I) = J$; $r(J) = K$; $r(K) = L$ et $r(L) = I$

→On a : I le milieu du segment $[AB]$ donc : $r(I)$ est le milieu du segment $[r(A)r(B)]$ l'image du Segment :$[AB]$

Or : $r(A) = B$ et $r(B) = C$ et J le milieu du segment $[BC]$

Donc : $r(I) = J$

→On a : J le milieu du segment$[BC]$ donc : $r(J)$ est le milieu du segment $[r(B)r(C)]$ l'image du Segment $[BC]$

Or : $r(B) = C$ et $r(C) = D$ et K le milieu du segment $[CD]$

Donc : $r(J) = K$

→On a : K le milieu du segment $[CD]$ donc : $r(K)$ est le milieu du segment $[r(C)r(D)]$ l'image du segment $[CD]$

Or : $r(C) = D$ et $r(D) = A$ et L le milieu du segment $[DA]$

Donc : $r(K) = L$

→On a : L le milieu du segment $[DA]$ donc : $r(L)$ est le milieu du segment $[r(D)r(A)]$ l'image du

segment $[DA]$ Or : $r(D) = A$ et $r(A) = B$ et I le milieu du segment $[AB]$

Donc : $r(L) = I$

2) Montrons que : $r(P) = Q$; $r(Q) = R$; $r(R) = S$ et $r(S) = P$

→On a : P est le point d'intersection des droites (BL) et (IC)

Or : $r(B) = C$; $r(L) = I$; $r(I) = J$ et $r(C) = D$ donc : $r((BL)) = (IC)$ et $r((IC)) = (JD)$

Donc : $r(P)$ est le point d'intersection des droites (IC) et (JD)

Comme : Q est le point d'intersection des droites (IC) et (JD)

Donc : $r(P) = Q$

→On a : Q est le point d'intersection des droites (JD) et (IC)

Or : $r(J) = K$; $r(D) = A$; $r(I) = J$ et $r(C) = D$ donc : $r((JD)) = (AK)$ et $r((IC)) = (JD)$

Donc : $r(Q)$ est le point d'intersection des droites (JD) et (AK)

Comme : R est le point d'intersection des droites (JD) et (AK)

Donc : $r(Q) = R$

→On a : R est le point d'intersection des droites (JD) et (AK)

Or : $r(J) = K$; $r(D) = A$; $r(A) = B$ et $r(K) = L$ donc : $r((JD)) = (AK)$ et $r((AK)) = (BL)$

Donc : $r(R)$ est le point d'intersection des droites (BL) et (AK)

Comme : S est le point d'intersection des droites (BL) et (AK)

Donc : $r(R) = S$

→On a : S est le point d'intersection des droites (BL) et (AK)

Or : $r(B) = C$; $r(L) = I$; $r(A) = B$ et $r(K) = L$ donc : $r((BL)) = (CI)$ et $r((AK)) = (BL)$

Donc : $r(S)$ est le point d'intersection des droites (BL) et (CI)

Comme : P est le point d'intersection des droites (BL) et (CI)

Donc : $r(S) = P$

3) a) →Montrons que les points : O ; P et R sont alignés

On a : $r(P) = Q$ donc : $\left(\overline{\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ aussi :$r(Q) = R$ donc : $\left(\overline{\overrightarrow{OQ},\overrightarrow{OR}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

D'après Chasles appliquée au angles orientés on obtient :

$\left(\overline{\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OR}}\right) \equiv \left(\overline{\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}}\right)+\left(\overline{\overrightarrow{OQ},\overrightarrow{OR}}\right)[2\pi] \equiv \frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}[2\pi] \equiv \pi[2\pi]$

Ce qui signifie que : les points O ; P et R sont alignés

→Déduisons que les points :O ; Q et S sont aussi alignés

On a : les points O ; P et R sont alignés donc leurs images sont aussi alignées

Car la rotation conserve l'alignement des points

Et comme : : $r(O) = O$; $r(P) = Q$ et $r(R) = S$

Alors : les points :O ; Q et S sont aussi alignés

b) →Montrons que : $PR = QS$

On a : $r(P) = Q$; $r(R) = S$ et comme la rotation conserve les distances

Alors : $PR = QS$

→Montrons que : les droites (PR) et (QS) sont perpendiculaires puis déduisons que le carré PQRS a le même centre que le carré ABCD

On a : $r(P) = Q$; $r(R) = S$ donc : $\left(\overline{\overrightarrow{PR},\overrightarrow{QS}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Donc : les droites (PR) et (QS) sont perpendiculaires

Donc : le quadrilatère PQRS est un carré (diagonales perpendiculaires et isométriques)

Et a le même centre que le carré ABCD

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien