

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°4 sur les leçons suivantes :

LIMITE D'UNE FONCTION et LA ROTATION DANS LE PLAN

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (3pts) : (0,5pt×6) :

Considérons la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x + 1}{x - 3} & ; \text{si } x < 3 \\ \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 3x} & ; \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Calculer les limites suivantes : a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$
 e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

Exercice2 : (3pts) : Calculer suivant les valeurs du paramètre réel m la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 5} - mx$$

Exercice3 : (2,5pts) : (0,5pt+1pt+1pt) : Considérons la fonction f définie par : $f(x) = x^2 \times E\left(\frac{1}{x}\right)$

- Déterminer : D_f
- Etudier la limite de f en 0
- Etudier la limite de f en $-\infty$ et $+\infty$

Exercice4 : (7,5pts) : (1,5pt+1pt+1pt+1pt+0,5pt+1pt+1,5pt) :

Considérons la fonction f_n définie par : $f_n(x) = \frac{(1-x^2)^n}{(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^n)}$ avec : $n \in \mathbb{N}^*$

- Simplifier : $f_1(x)$ et $f_2(x)$ et $f_3(x)$
- Montrer que : $D_{f_n} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$; $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$
- Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +1} f_n(x) = \frac{2^n}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n}$
- a) Montrer que : si n est impair alors : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x^2}{1-x^n} = 0$
 b) Montrer que : si n est pair alors : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x^2}{1-x^n} = \frac{2}{n}$
 c) Montrer par récurrence que : $\lim_{x \rightarrow -1} f_n(x) = 0$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$
 4) Discuter suivant les valeurs de n : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$

Remarque : $1 - x^n = (1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{n-1})$

Exercice5 : (4pts) : (2pt+2pt) ABCD est un carré de centre O tel que : $(\overline{AB}, \overline{AD})$ positif

On considère les deux rotations suivantes : $r_1\left(O, \frac{\pi}{2}\right)$ et $r_2(O, -\pi)$

- Quelle est l'image du point A par la rotation : $r_2 \circ r_1$
- Quelle est l'image du cercle (C) de centre B et de rayon OA par la rotation $r_2 \circ r_1$

PROF: ATMANI NAJIB

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
 C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

