

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°4 sur les leçons suivantes :

LIMITE D'UNE FONCTION et LA ROTATION DANS LE PLAN

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

**Exercice1** : (3pts) : (1pt + 2pt) : Considérons la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{x(x-1)(1-2x)}$

1) Déterminer :  $D_f$       3) Calculer les limites aux bornes de  $D_f$

**Exercice2** : (4pts) : (1pt × 4)

Considérons la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{1+x^2}}{2+x} & ; \text{ si } x \geq 0 \\ \frac{\cos x - \sqrt{1+\sin x}}{x} & ; \text{ si } x < 0 \end{cases}$$

1) Déterminer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) Etudier :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

3) a) Montrer que :  $\forall x < 0 ; |f(x)| \leq \frac{1+\sqrt{2}}{|x|}$

b) En déduire :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

**Exercice3** : (9pts) : (1pt × 9) : Considérons la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{x E(x)}{x + E(x)}$

1) a) Montrer que :  $E(x) = -x \Leftrightarrow x = 0$       b) En déduire :  $D_f$

2) a) Simplifier  $f(x)$  si  $x \in ]0; 1[$       b) Vérifier que :  $f(x) = \frac{x}{1-x}$  si  $x \in ]-1; 0[$

c) Etudier la limite de  $f$  en 0

3) a) Montrer que :  $\frac{x^2 - x}{2x} \leq f(x) \leq \frac{x^2}{2x-1} ; \forall x \in ]1; +\infty[$       b) En déduire :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

4) Etudier la limite de  $f$  en 1

5) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $x E(x) = x + E(x)$

**Exercice4** : (4pts) : (1,5pt + 1,5pt + 1pt) :

On considère un cercle  $(C)$  circonscrit à un triangle équilatéral  $ABC$  tel que :  $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ .

Soit  $M$  un point de l'arc  $AC$  ne contenant pas le point  $B$

Soit  $r$  la rotation de centre  $A$  et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ .

1) Soit  $P$  un point appartenant au segment  $[BM]$  tel que :  $MP = MA$

a) Montrer que :  $AMP$  est un triangle équilatéral.

b) Montrer que :  $M$  est l'image du point  $P$  par la rotation  $r$

2) En déduire que :  $MA + MC = MB$

**PROF: ATMANI NAJIB**

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

