

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°4 sur les leçons suivantes :

LIMITE D'UNE FONCTION et LA ROTATION DANS LE PLAN

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (2pts) : (1,5pt+0,5pt) : Soit la fonction : $f : x \mapsto \frac{\sqrt{x+2}-1}{x+1}$

1) Montrer que : $\forall x \in D_f \left| f(x) - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{1}{2}|x+1|$ 2) En déduire : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

Exercice2 : (1,5pts) : Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x+2} & \text{si } x \geq 0 \\ f(x) = E(x) & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Etudier la limite de f en $x_0 = 0$

Exercice3 : (5pts) : (1pt×5) : Calculer les limites suivantes : 1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x+1}}$ 2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{x+1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}$

3) $\lim_{\substack{x \rightarrow m \\ x < m}} \frac{x+1}{x-m}$ avec $m > 0$ 4) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{x+1}{1 - |x^2 + x - 1|}$ 5) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + x + 2}}{x+2}$

Exercice4 : (6pts) : (0,5pt+1,5pt+2pt+2pt) : Considérons la fonction f_m définie par :

$$f_m(x) = mx - \sqrt{x^2 + 2}$$

1) Déterminer : D_{f_m} 2) Calculer suivant les valeurs de m : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x)$

3) Calculer suivant les valeurs de m : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_m(x)$

4) Déterminer : suivant les valeurs de m : $\lim_{x \rightarrow m^+} \frac{mx - \sqrt{x^2 + 2}}{x - m}$

Exercice5 : (5,5pts) : (1,5pt+1,5pt+1pt+1,5pt) On considère un carré ABCD de centre O tel que $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et soit I le milieu du segment [AB] et M un point de la droite (BC) tel que :

$\overrightarrow{CM} = \frac{3}{2} \overrightarrow{CB}$ et que la droite perpendiculaire à la droite (OM) en O coupe la droite (AB) en N

On considère la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1)a) Déterminer les images des droites (OM) et (BC) par la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

b) Montrer que : $r(M) = N$

2) Vérifier que : $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{2} \overrightarrow{BA}$ et $(\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{MD}) \equiv (\overrightarrow{NO}, \overrightarrow{NC}) [2\pi]$

3) Montrer que : $AM = ON$ et en déduire la nature du triangle AMO

